

On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.

De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.

On appelle n le nombre d'années d'existence du club.

On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'est pas inscrite.

La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits. On a donc $g_0 = 0,2$.

1. Soit n un entier naturel. Que vaut la somme $g_n + p_n$?
2. (a) Justifier que, pour tout entier naturel n , $g_{n+1} = 0,3g_n + 0,1p_n$.
(b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $g_{n+1} = 0,2g_n + 0,1$.
3. Pour tout entier naturel, on pose $u_n = g_n - 0,125$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
4. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
5. Montrer que, pour tout entier n , $g_n = 0,125 + 0,075 \times 0,2^n$.
Comment la proportion de la ville inscrite au club de gymnastique évolue-t-elle au cours des années ?

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.

D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscrivent et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par u_n le nombre d'exposants en $(2012 + n)$ avec n un entier naturel.

Ainsi u_0 est le nombre d'exposants en 2012, soit $u_0 = 110$.

1. Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.
3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.

Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

Variables	u est un nombre n est un nombre entier naturel
Initialisation	Affecter à u la valeur ... Affecter à n la valeur 2012
Traitement	Tant que ... Affecter à u la valeur ... Affecter à n la valeur $n + 1$

| **Sortie** Afficher ...

4. Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = u_n - 300$.
 - (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9.
 - (b) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$.
 - (c) Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.
5. L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?