

Quelques mots à associer aux Mathématiques :

Logique *Modélisation* *Rigueur*
Raisonnement
Démonstration
Analyse
Optimisation
Contrôle
Gestion
Estimation
Calculs

Des Notions indispensables dans de nombreuses activités...

Quelques activités pour lesquelles les Mathématiques sont indispensables:

Finance *Gestion* *Banque*
Économie
Prévision
Informatique
Internet
Réseaux
Transports
Aéronautique
Espace
Mécanique
Électromagnétique
Énergie
archéologie
Bâtiment
Architecture
Chimie
Médical
Environnement
Écologie
Météorologie

Activités:Informatique, réseaux , clé de sécurité

Outils Mathématiques :

algorithmes, nombres premiers, binaire,

Exemple : **Protocole RSA** qui repose sur le théorème de Bezout
(nombres premiers)

Si p et q sont 2 nombres premiers alors il existe 2 nombres entiers relatifs m et n tels que $mp+nq = 1$

On obtient la propriété fondamentale du fonctionnement du RSA:

p et q 2 nombres premiers , on pose $n = pq$

Soit e un nombre entier premier avec $(p-1)(q-1)$

Il existe un entier $d > 0$ et un entier relatif m tel que

$$ed + m(p-1)(q-1) = 1$$

La clé publique est n et e , la suite plus tard !

Exercice : prenons $p=7$ et $q= 5$ Cherchons les valeurs de e,n,d et m

Activités : Carte à puce, transactions financières

Outils Mathématiques:

codages, algorithmes, nombres premiers,....

Exemple : Les différentes données d'une carte à puce sont codées en binaire et cryptées à l'aide d'algorithmes et de divers protocoles pour s'opposer aux diverses attaques.....

Nous nous contenterons, ici, de parler du binaire qui est l'équivalent du système décimal , mais avec 2 chiffres uniquement 0 et 1.

Les puissances de 2 jouent un rôle capital:

décimal	0	1	2	4	8	16	32
binaire	0	1	10	100	1000	10000	100000

Exercice : Écrire en binaire 96, puis 237
100100111 correspond à

Exercice : Un octet est composé de 8 bits.

On trouve sur nos ordinateurs des textes dont le poids est dizaines de **kilo-octet**(ko)

Parfois , on y trouve des images de quelques **Mega-octet**(Mo)

Nos clés USB font 4, 8 à 16 **giga-octets** (Go)

On commence à voir apparaître le **téra-octet**(To) (1024 Go)

Pourquoi 1To= 1024 Go que peut-on en déduire ?

Activités :Image, Son , pixel

Outils Mathématiques:

binaire, hexadécimal, traitement de données, fonctions, sinusoïde, fraction

Exemple :Le son est une onde définie par une fréquence principale et des harmoniques

Si f est la fréquence et T la période entre 2 sommets , on a $f = 1/T$

La vitesse du son dépend du milieu dans lequel on se trouve , dans l'air elle est de 340 m/s

Une image de bonne résolution peut peser 9 Mo

Exercice :Sachant qu'un pixel couleur est composé de 3 couleurs primaires RVB qui chacune possède 256 nuances. Quelle sera la définition de cette image?(c'est à dire le nombre de pixel)

Exercice:La résolution définit la qualité de l'image:

300 dpi signifie 300 colonnes et 300 lignes par pouce carré.

Quelle sera la taille de l'image imprimée si cette image est de 2240x1680 pixels en 300 dpi?

Exercice:Le poids d'une vidéo dépend de son débit d'encodage et de sa durée.

Si le poids s'exprime généralement en méga-octets (Mo), le débit est généralement connu en kilobits/seconde (Kbps).

Trouver le poids en Mo d'une vidéo de 4' encodée à 500 Kbps?

Activités: économie, bourse, banque

Outils Mathématiques:

fonctions, équations polynomiales, pourcentage, puissance, probabilité, systèmes linéaires

Exemple: Vous souhaitez faire un emprunt, vous définissez la somme, le nombre de mensualités, après négociation vous obtenez un taux et une somme à rembourser au final

Des formules de pourcentage, de puissance entrent en jeu .

Métier: L'analyste financier étudie la valeur des entreprises. Il a pour vocation d'établir un diagnostic sur l'évolution d'une entreprise pour conseiller des clients investisseurs ou des opérateurs boursiers. Pour cela, il tient compte d'indicateurs financiers mais aussi économiques et sociaux afin d'établir une analyse précise sur la pérennité et la rentabilité des établissements.

Exercice: Vous empruntez 120000 euros sur 15 ans à un taux fixe de 2,2%. Calculer le montant des mensualités.

Les traders utilisent aussi les mathématiques:

Algorithmes, fonctions et loi normale entre autre....

Exercice: Pendant quelques jours une action suit une loi normale de moyenne 30 euros et d'écart type 5 euros.

Il est intéressant de vendre si l'action dépasse 40 euros.

Quelle est la probabilité que le trader vende ses actions?

Activités: Radar (police, militaire, surveillance), GPS:

Outils Mathématiques:

trigonométrie, Pythagore, échelles, vitesse, triangulation, géométrie dans l'espace

Exemple: Un radar fonctionne à l'aide de l'effet Fizeau-Doppler: on envoie une onde qui est réfléchiée par la cible, la différence de fréquence entre l'onde émise et l'onde réfléchiée permet d'obtenir la vitesse du véhicule

Exercice: Picard mesura la longueur du méridien entre Amiens et Paris à l'aide d'une lunette munie d'un réticule, de Pythagore et de la trigonométrie.

Lors de ses recherches il a dû résoudre le problème suivant:

Dans un triangle ABC on a l'angle $A = 54^{\circ}4'35''$

l'angle $B = 95^{\circ}6'55''$ et $AB = 15663$ toises

Calculer AC et BC?

Remarque:

Bien sûr pour le GPS les calculs sont « plus compliqués » : géométrie dans l'espace, vitesse, intégration on y trouve, même, des matrices!

Activités : Puissance et forces mécaniques, électriques

Outils Mathématiques :

vecteur, produit scalaire, équations, proportionnalité...

Exemple : On parle de puissance mécanique dans les transports (train, bateaux, voiture, ..) , mais aussi pour les levages (grues, ...)
La résistance des matériaux est une science permettant d'assurer la sécurité et la résistance dans de nombreux domaines (structure d'un bâtiment, ponts, parachutes, sous-marin, ...)
On étudie, alors, les différentes forces concernées (poids, réaction, traction, ...) des formules avec des vecteurs et des produits scalaires seront à travailler...

Notion : Unités de puissance, d'énergie: **1 joule est le travail d'une force motrice de 1 Newton pour déplacer un objet de 1m**
1 K joule = 238,85 calories
1 Joule = 1 watt seconde.

Exercice : Convertir 1KW.h en joule , puis en calorie

Exercice :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

W travail en J ; la force en Newton et la distance en mètre.

La force formant un angle de 45° avec la ligne de déplacement sa norme est de 400 N et $d = 20$ m
Déduire la puissance nécessaire pour ce déplacement.

Exercice: 3 moteurs fonctionnent pendant 24 h , les 2 premiers sont identiques et fonctionnent à 70 % de leur puissance , le troisième moteur a une puissance de 40 KW et fonctionne à 100 %
Sachant que l'énergie produite par ses 3 moteurs durant ces 24 heures est de 3500 kw.h
Trouver la puissance des 2 premiers moteurs

Activité: Robotique:

Outils Mathématiques:

algorithmes, fonctions, équations, proportionnalité,

Notions : Gérer un robot, c'est gérer un ou des moteurs, un ou des capteurs (de présence, de son, de couleur, ...), gérer l'énergie utilisée. Tout ceci, se fait à l'aide d'algorithmes composés de données, de boucles, de conditions,

Le robot doit pouvoir comprendre des actions extérieures (capteurs), mais doit pouvoir aussi agir sur le milieu (bras articulé, moteurs, interrupteurs, ...)

Des calculs seront à faire, des courbes de températures ou autres seront à lire ou à utiliser...

Exercice: A quoi sera égale «u» à la fin du programme si on choisit $n = 4$?

On affecte 1 à u

On affecte 100 à P

Lire n

Pour $i = 1$ à n

on affecte $3u + 2$ à u

suivant

On affiche u

Activités: Architecture, bâtiment

Outils Mathématiques:

Thalès, Pythagore, trigonométrie, calculs, équations

Exemples: Il est facile d'imaginer l'importance des mathématiques dans les métiers du bâtiment

- Calculs d'angle pour les toitures, Calculs de force pour les portées
- Calculs de surface, de volume (peinture, chauffage, puissance électrique,)
- Fonctions et algorithmes pour la domotique
- proportionnalité, fraction, pourcentages pour les divers devis

Exercice : Dans un bâtiment commercial, un artisan doit poser 1200 m² de carrelage

Sachant que le prix d'un lot de 5m² de carrelage est 150 euros, qu'il y a 10 % de perte à cause des découpes des carreaux et qu'avec 10 litres de colle , on peut poser 20m² de carrelage et que le prix d'un pot de 20 litres de colle coûte 50 euros.

Quel sera le coût de la fourniture pour ce chantier?

Exercice: Pour une toiture la pente est le pourcentage correspondant à la fraction de la hauteur sur la distance horizontale

Pour une toiture de hauteur de 2 m et de distance horizontale 8 m
Calculer la pente en % , puis donner la mesure de l'angle en degré.

Activité: Balistique

Outils Mathématiques:

Fonction, polynômes, paraboles,

Exemples: dans un calcul de trajectoire d'une fusée ou d'une balle d'un fusil ou d'un feu d'artifice, on trouve nécessairement des formules dans lesquelles interviennent des forces, des vitesses, des distances

Si on regarde un lancer de javelot, la trajectoire semble suivre une parabole, pareil pour un boulet de canon ou pour les cas cités précédemment.....

Dans la réalité, on trouve pour faire ces calculs: de la trigonométrie, des intégrales, des équations....

Pour des exercices simples, on pourra simplifier et utiliser un trinôme et obtenir des approximations

Exercice: Travail sur un lancer de poids

On considère que la trajectoire est assimilée à $f(t) = at^2 + bt + c$

$f(t)$ est la hauteur du poids et t est la distance horizontale parcourue

Sachant que le poids est lâché à une hauteur de 1,70 m, qu'il retombe 15 m plus loin et que la hauteur maximale est de 2,8m.

Calculer a, b et c

Activité: Agriculture:

Outils Mathématiques:

Géométrie, pourcentage, lecture graphique, tableur, calculs, proportionnalité,

Histoire : La géométrie a été créée initialement pour mesurer la terre , partager des terrains (géo terre, métrie mesurer)
Calculs de périmètres, d'aires pour les terrains
Calculs de volume pour les vins ...
Ne pas oublier Pi et Archimède qui a participé à sa renommée !

Depuis le début de l'agriculture de nombreux calculs sont faits par les agriculteurs avant , pendant et après les récoltes...

Exercice : Paul possède un champ rectangulaire de 400 m par 100m qu'il veut semer de plants de maïs
Sachant que l'espacement des rangs est de 60 cm et que l'espacement des plants dans le même rang est de 18 cm.
Combien de plants doit -il commander ?

Exercice : Quelques mois après les vendanges , un vigneron doit mettre en bouteille son vin.
Sachant que ses 10 tonneaux cylindriques de hauteur 2 m et de rayon 60 cm sont remplis
Combien de bouteille de 75 cl va t-il remplir ?

Activités:Électronique, Électrotechnique :

Outils Mathématiques :

Équations différentielles, fonctions, calculs, Complexes

Exemple :Dans un circuit électrique il y a des résistances, inductances, condensateurs, ..

Le courant qui passe à travers ces circuits est généralement fonction du temps et de sa dérivée.

Nous obtenons alors une équation différentielle.

$f'(t) - 3 f(t) = 0$ est une équation différentielle ayant pour solutions $f(t) = K \exp(3t)$

Exercice : Résoudre l'équation suivante :

$f'(t) + 5 f(t) = 2$ avec $f(0) = 1$

Notion : Dans les calculs de tension ou d'intensité on trouve la fonction sinus et aussi des phases (angles)

D'où l'intérêt d'utiliser les complexes lors d'un travail sur certains circuits électriques. (RLC série, RLC parallèle)

Exercice : Connaissant le complexe $z = 5 - 5i$, trouver sa forme trigonométrique

Activités :Logistique , commerce, transport ,comptabilité

Outils Mathématiques :

théorie des graphes, ordonnancement, algorithmes,
fonction, matrice....

Exemples : Problème de flots, de flux de réseaux , problème du chemin le plus court ou le plus rapide
Des problèmes que l'on trouve dans diverses branches de la logistique ou des transports qui permettent d'optimiser le temps, l'énergie, les moyens,les dépenses

Métier :Le **chef comptable** est chargé de contrôler, tous les mois, la tenue des comptes de la société. Il est le garant du patrimoine et connaît les résultats réels de l'entreprise.

Il tient des tableaux de gestion qu'il analyse en permanence. Tous ces chiffres l'aident à préparer le budget. Certaines tâches sont à réaliser toute l'année :

Analyser et compléter les tableaux de gestion.

Optimiser les systèmes informatiques avec lesquels il travaille.

Participer à la préparation du budget et du prévisionnel en fonction des performances de l'entreprise.

Exercice : Sachant que la TVA est 5,5 % et que le prix TTC est 65,832 euros, Calculer le prix HT ?

Activités : Prévisions, aide à la décision, statisticien ,
météorologie:

Outils Mathématiques :

Statistique, probabilité, loi normale
échantillonnage, fonctions, équations

Notions : Prévoir, sonder , décider, des activités qui peuvent être aidées, soulagées, confirmées par des outils mathématiques.

Une branche des mathématiques que l'on peut appeler Statistique-probabilité fournit de nombreux outils pour prendre des décisions , pour affiner des réflexions, ...

Connaître des moyennes, des écarts types, des médianes, des probabilités, des intervalles de fluctuation ou de confiance, des variables aléatoires aideront le sondeur, le météorologue, le chef d'atelier, le technicien de qualité à prendre des décisions.

Métier : **Chargé d'études statistiques** fait parler les chiffres.

Qu'il travaille pour un institut d'opinion, un cabinet marketing ou encore un laboratoire, sa mission est de récolter des données chiffrées les analyser et les synthétiser par le biais de l'outil informatique.

Exercice : Lors d'un sondage sur 800 personnes, un candidat obtient 53 % des intentions de vote. Peut-il être très confiant ou doit-il avoir des réserves ? (intervalle de confiance)

Exercice : Dans une usine de fabrication de billes, le diamètre des billes suit une loi normale d'espérance 12 mm et d'écart type 0,2 mm. Une boule est gardée si $11,5 < \text{diamètre} < 12,5$.

Sachant que l'usine fabrique 10000 billes, combien seront jetées ?

Activités: Astronomie, Aéronautique

Outils Mathématiques :

Équations, vitesse, fonctions, intégrales,....

Exemples: Dans la fabrication d'avion et de fusée, il est facile d'imaginer que chaque pièce est optimisée et que pour cela de nombreuses formules entrent en jeu....

Dans la navigation aéronautique, les divers vols sont calculés et optimisés à l'aide des coordonnées des points de départ et d'arrivée, des calculs de vitesse, de consommation, de la météo ,...

En astronomie Newton , Einstein et d'autres ont à travers leurs formules , permis aux scientifiques d'imaginer l'univers qui nous entoure, mais ont permis , aussi, les vols spatiaux

Envoyer une sonde vers Pluton et espérer que 5 ans après elle arrive à ses objectifs , cela paraît être un exploit, ça est sûrement un, mais c'est surtout de nombreuses formules et équations résolues.

Exercice: Depuis 40 ans, on mesure la distance Terre-Lune grâce à un laser envoyé vers la lune et qui rebondit sur un miroir posé sur la lune en 1970 par des américains

Sachant que la vitesse de la lumière est 299792548 m/sec et que l'aller retour a duré 2,56 sec

Quelle est la distance de la terre à la lune ?

Exercice: En supposant qu'un vaisseau ait une vitesse moyenne de 35000 km/h. Et que le trajet terre-mars soit estimé à 120 millions de km. Combien de jour faut-il pour faire l'aller?

Exercice: La Lune et le Soleil ont à peu près le même diamètre apparent. Sachant que la Lune a un diamètre de 3475 km et se trouve à 384400 km de la Terre, quel est le diamètre du Soleil sachant qu'il se trouve à 149 600 000 km de la Terre.

Exercice : Sachant que la parallaxe de Proxima de centaure est de 0,772 seconde d'arc . A quelle distance de la terre se trouve cette étoile ?

Activité : Médecine

Outils Mathématiques :

modélisation, probabilité, statistique, échantillonnage, fonctions, équations, algorithmes, géométrie dans l'espace

Exemples :

Imagerie 3D, IRM, scanner : tout ceci fonctionne grâce à des calculs très puissants...

Traitement numérique des images médicales

Simulation informatique de certaines opérations

Statistique lors de certaines épidémies, maladies, essais de médicaments, ...

Exercice : Un quart d'une population a été vaccinée contre une maladie contagieuse.

Une épidémie survient, on compte parmi les malades 1 vacciné contre 5 non vaccinés et parmi les vaccinés on compte un malade sur 12.

Comparons la probabilité d'être malade sachant que l'on a été vacciné et celle d'être malade sachant que l'on a pas été vacciné.

Que peut-on conclure ?

Exercice : Combien faut-il de personnes au minimum dans une salle pour que la probabilité que au moins 2 d'entre elles ait la même date d'anniversaire, soit supérieure à 0,5 ?

Activités : Économie, chimie, SVT, acoustique:

Outils Mathématiques :

logarithme, exponentielle, dérivées

Exemples : En économie, on travaille sur des durées, donc les fonctions qui décrivent les divers phénomènes dépendront du temps, on retrouvera, alors, des calculs de dérivées ou d'intégration.

Calcul de PH = $-\log_{10} [H^+]$ [H⁺] exprimé en mole/litre

Échelle de bruit (décibels) est une échelle logarithmique, de même que la fameuse échelle de Richter pour les tremblements de terre. On pourra trouver, aussi, des croissances exponentielles en économie et aussi en chimie

Métier : Le biologiste marin est un scientifique de haut niveau. Il peut pour des instituts de recherche ou des sociétés privées

Les missions océanographiques ne sont qu'une facette de ses multiples activités, une partie de ses recherches sont validées à travers des modélisations mathématiques.

Exercice : Soit une fonction $f(t) = 4t^2 - 50t + 2$

Trouver le maximum de cette fonction

Exercice : Dans la vie courante, les sons sont compris

entre 30 et 90 décibels .

Sachant qu'une augmentation de 3db correspond à un niveau de bruit qui a doublé, combien de fois est plus fort un bruit de 90 db par rapport à un bruit de 30 db ?

Activités : énergies, environnement

Outils Mathématiques :

Fonction, intégrale, calculs, statistiques, équations, trigonométrie

Exemples : Le fonctionnement d'une éolienne va dépendre de la vitesse du vent, de la durée de ce vent.

Il y aura une partie estimation à faire au moment du projet sur le parc d'éolienne, les statistiques météorologiques seront utilisées...

Des calculs de puissance, des études pour la forme des pales,

Pour le solaire, on retrouvera des calculs de rendement suivant la région et les statistiques météorologiques.

L'énergie récupérée sera fonction de la durée du vent, ou des rayons solaires, il y aura donc des calculs d'intégrales, mais aussi des angles d'inclinaison...

Exercice : Soit un toit de 50m^2 , on pose des panneaux solaires 1000 watts/m^2 . Dans cette région, il est estimé que ces panneaux fonctionneront à 100% (grand ensoleillement) 120 jours par an et à 50% 80 jours par an

Calculer l'énergie annuelle, produite par ce toit, en Kwatt.h

Exercice : En 2011, en Suisse, 8000 tonnes de canettes ont été recyclées, ce qui correspond à un taux de recyclage de 89 %
Combien de tonnes de canettes n'ont pas été recyclées ?

Exercice : En France en 2013, le Français trie en moyenne $46,3\text{Kg}$ d'emballages ménagers dont $30,5\text{ kg}$ d'emballage en verre.
Sachant que 85 % du verre est trié en France, calculer en tonne la quantité de verre non trié, on prend 60 millions d'habitants.

Activités: Architecture , art

Outil mathématique : Le nombre d'or

Notions : Suite de Fibonacci $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$
la limite de U_{n+1}/U_n tend vers le nombre d'or.

Nombre d'or = Divine proportion !

Exemples : On le retrouve dans les dimensions de certains bâtiment :

Pyramide de Khéops, le Parthénon, Notre Dame de Paris,....

On le retrouve aussi dans divers tableaux dont La Joconde et aussi en sculpture....

Exercice : retrouver la valeur exacte du nombre d'or à l'aide de la suite de Fibonacci

Exercice: Construire un carré ABCD de côté 10 cm et placer le point O milieu de [AD], l'arc de cercle de centre O passant par C coupe la demi droite [AD) en F .

Construire le point E tel que AFED soit un rectangle

Calculer la valeur exacte de OC puis de AF et en déduire que AFED est un rectangle d'or !

Activités : Les Nanotechnologies

Outils Mathématiques :

Unités de mesure, algorithmes, statistiques, fluctuation

Exemples : Nous entrons ici dans le monde de extrêmement petit : 1 nm est 30 000 fois plus fin qu'un cheveu.

Dans le secteur de la santé : on pourra envisager des diagnostics rapides à l'aide de puces qui inspecteraient nos cellules

On peut aussi envisager des médicaments qui utiliseront des nanoparticules

On peut aussi envisager la réparation d'organes...

D'autres milieux seront concernés :

Le Bâtiment : Des constructions plus légère, composées de carbone....

Produits de consommation, informatique, transports

Exercice : Sachant qu'un micron est 1000 fois plus petit qu'un millimètre, qu'un nanomètre est 1000 fois plus petit qu'un micron qu'un picomètre est 1000 fois plus petit qu'un nanomètre.

Faire les conversions suivantes :

27 cm = nanomètre

12 pico = micron

Exercice : Sachant qu'un pétamètre est mille milliard de fois plus grand qu'un kilomètre et qu'un femtomètre est mille fois plus petit qu'un picomètre.

Donner à l'aide d'une puissance de 10 , une relation entre 1 pétamètre et un femtomètre.

Activités: Archéologie, topographie

Outils Mathématiques:

géométrie dans l'espace, calculs logarithmiques, fonctions, dérivées trigonométrie, complexes....

Métier : La fonction du topographe est d'établir des cartes géographiques en se basant sur des photographies satellitaires ou aériennes. Ses travaux ont des finalités diverses : elles servent à la représentation cartographique des activités humaines, des flux routiers ou de l'activité géologique.

Il doit travailler sur le terrain, mais surtout devant son ordinateur pour réaliser les différents plans, à l'aide de calculs, de représentations géométrique...

Métier : L'archéologue acquiert l'essentiel de sa documentation à travers des travaux de fouille. Il met au jour des vestiges des temps les plus reculés, qui deviennent des objets de sciences.

Il est très souvent sur le terrain, mais il doit avoir, aussi, de nombreuses connaissances en physique et en mathématiques : La datation carbone 14 demande de maîtriser les logarithmiques, d'interpréter des courbes ou de tracer des courbes....

Exercice: Soit un point A d'affixe $a = -1 - i\sqrt{3}$

et un point B d'affixe $b = 2\sqrt{3} - 2i$

Si O est l'origine du repère, démontrer que le triangle OAB est rectangle en O

Exercice : Résoudre dans R l'équation :

$$\ln(x+1) - \ln(x^2) = 5$$